

Verteilungsdichteprognose von Spotmarktpreisen

Anwendung erweiterter Ansätze zur Zeitreihenanalyse

Dr.-Ing. Derk J. Swider

Institut für Energiewirtschaft und Rationelle Energieanwendung
Universität Stuttgart

Projekttreffen NetMod

19. Juli 2006 in Freiburg/Brsg., Deutschland

Überblick

- 1 Einleitung
- 2 Spotmärkte in Europa
- 3 Methoden zur Preisprognose
- 4 Ergebnisse und Diskussion
- 5 Schlussfolgerungen

Einleitung

Herausforderungen

- Zunehmender internationaler Handel an Spotmärkten bedingt unterschiedliche Ansätze und erfordert dabei Preisprognosen von hoher Güte.
- Preisverteilungen sind zur Erfassung von Risiken von entscheidender Bedeutung, weichen aber häufig von der Normalverteilungshypothese ab.

Literaturrecherche

- Klassische ökonomische Ansätze zeigen gute Prognoseergebnisse, erfassen aber bisher keine Abweichungen von der Normalverteilungshypothese.
- Aktuell verwendete ökonomische Ansätze zur Prognose von Preisen basieren weitgehend auf ARMA- und in Teilen auf GARCH-Modellen.

Frage: *Können erweiterte ARMA-Ansätze Vorteile bei der erreichbaren Prognosegüte und der Abbildung von Fat-tails bieten?*

Herausforderungen

- Fat-tails: Extreme treten häufiger auf, als mit einer Normalverteilung zu erwarten wären.
- Dann ist die Kurtosis, d. h. das zentrale vierte Moment der Verteilung, größer drei.

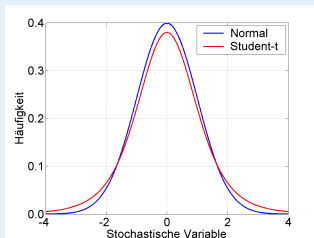


Abbildung: Dichte

- An Elektrizitätsmärkten können solche leptokurtischen Preisverteilungen festgestellt werden.
- In diesem Fall ist die übliche Normalverteilungshypothese der Residuen nicht mehr haltbar.

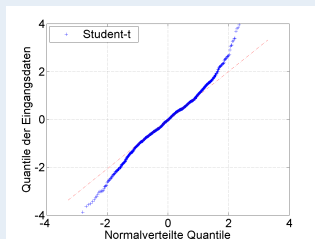


Abbildung: QQ-Plot

Literaturrecherche

Finanzmathematische Ansätze:

LUCIA/SCHWARTZ (2002) Elektrizitätspreisprognose auf der Basis einer geometrischen Brown'schen Bewegung nicht ausreichend.

CARTEA/FIGUEROA (2005) Bessere Ergebnisse bei expliziter Berücksichtigung von Mean-reversion und Preissprüngen.

Ökonometrische Ansätze:

NOGALES ET AL. (2002) Weitere Verbesserungen mit Ansätzen zur Zeitreihenanalyse und Berücksichtigung exogener Größen.

GARCIA ET AL. (2005) Erste Ansätze zur verbesserten Abbildung der Verteilungsdichte durch zeitvariante Modellierung der Varianz.

Die Normalverteilungshypothese der konditionalen Verteilung wird in ökonometrischen Ansätzen bisher aufrechterhalten.

Betrachtete Spotmärkte

Deutschland:

- Die EEX ist etabliert seit 2000 mit einem Handelsvolumen in 2003 von 49 TWh (9.6 % des deutschen Elektrizitätsbedarfs).

Frankreich:

- Die Powernext ist etabliert seit 2001 mit einem Handelsvolumen in 2003 von 8 TWh (2.0 % des französischen Elektrizitätsbedarfs).

Skandinavien:

- Der Nord Pool ist etabliert seit 1993 mit einem Handelsvolumen in 2003 von 119 TWh (31.3 % des skandinavischen Elektrizitätsbedarfs).

Spanien:

- Die OMEL ist etabliert seit 1998 mit einem Handelsvolumen in 2003 von 198 TWh (100.0 % des spanischen Elektrizitätsbedarfs).

Preisentwicklung

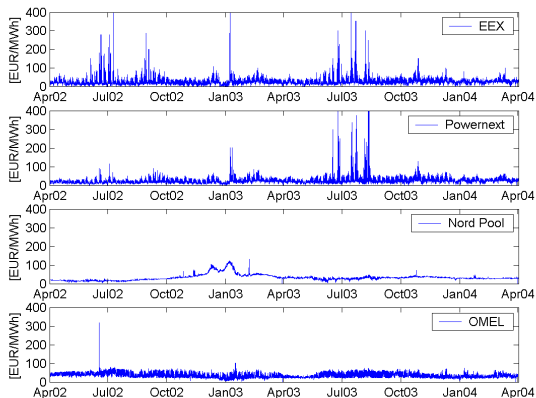


Abbildung: Preiszeitreihen der untersuchten Spotmärkte

Deskriptive Statistik

Tabelle: Deskriptive Statistik der Spotmarktpreise in [€/MWh] an Werktagen

	EEX		Powernext		Nord Pool		OMEL	
	y_t	$\ln(y_t)$	y_t	$\ln(y_t)$	y_t	$\ln(y_t)$	y_t	$\ln(y_t)$
Min	0.0	–	0.0	–	8.2	2.1	6.1	1.8
Max	1719.7	7.5	1000.1	6.9	130.6	4.9	317.4	5.8
Mittel	30.8	3.3	28.6	3.2	33.2	3.4	40.3	3.6
Std	25.0	0.6	29.9	0.6	15.9	0.4	14.0	0.4
Schiefe	29.2	–2.2	21.8	–3.5	2.3	0.4	0.9	–0.4
Kurtosis	1793.2	35.0	672.1	58.1	10.0	3.9	15.0	2.9

Jeweils auf 1 %-Niveau signifikanter ARCH-Test (Heteroskedastizität) und Jarque-Bera-Test (Leptokurtosis).

Extreme Preisspitzen insbesondere an EEX und Powernext führen zu Abweichungen von der Normalverteilungshypothese.

Preisschwankungen und Periodizität

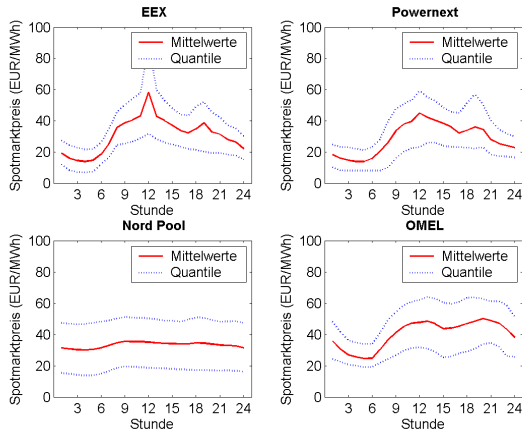


Abbildung: Stundenmittlere Spotmarktpreise mit 10 %- und 90 %-Quantilen

Normalverteilungshypothese

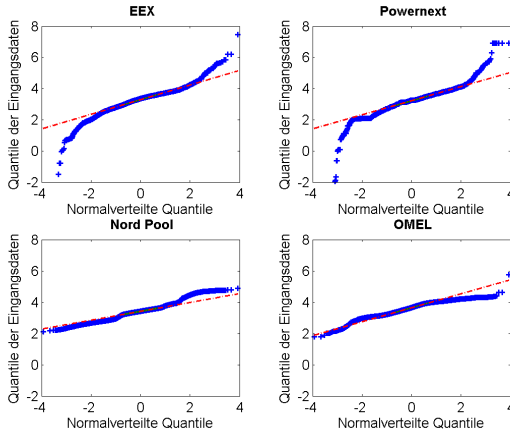


Abbildung: QQ-Plots logarithmierter Spotmarktpreise

ARMA-Prozess

- Ein ARMA-Prozess setzt sich aus zwei Grundprozessen zusammen, dem AR- und dem MA-Prozess, es gilt:

$$y_t = \hat{y}_t + \varepsilon_t = \sum_{z=1}^p \alpha_z y_{t-z} + \sum_{z=1}^q \beta_z \varepsilon_{t-z} + \varepsilon_t$$

- ARMA: Autoregressive Moving-Average.
- Beim ARMA(p,q)-Prozess gilt die Normalverteilungshypothese:

$$f[\varepsilon_t | \psi_{t-1}] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\left(\frac{\varepsilon_t - \mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2\right)$$

- Dabei sind die zeitinvarianten Parameter μ , Erwartungswert, und σ , Standardabweichung, der Verteilung so zu bestimmen, dass mit ihnen die Log-Likelihood-Funktion maximal wird.

GARCH-Prozess

- Eine Erweiterung stellt die Berücksichtigung einer zeitabhängigen Varianz σ_t^2 für die Störterme ε_t dar.
- Dabei wird für die konditionale Verteilung der Störterme die Normalverteilungshypothese aufrecht erhalten:

$$f[\varepsilon_t | \psi_{t-1}] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_t} \exp\left(-\left(\frac{\varepsilon_t - \mu}{\sqrt{2}\sigma_t}\right)^2\right)$$

- GARCH: Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity.
- Für die Varianz σ_t^2 gilt im GARCH(p,q)-Modell:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{z=1}^p \alpha_z \sigma_{t-z}^2 + \sum_{z=1}^q \beta_z \varepsilon_{t-z}^2$$

Gaussian-Mixture-Prozess

- Hier erfolgt eine über zeitinvarianten Eintrittswahrscheinlichkeiten $P[S_t = j]$ gewichtete Kombination von m Normalverteilungen:

$$f[\varepsilon_t | \psi_{t-1}] = \sum_{j=1}^m (P[S_t = j] \cdot f[\varepsilon_t | S_t = j, \psi_{t-1}])$$

- Jede Normalverteilung stellt dabei ein eigenes Preisregime j dar, das einer anderen Ausprägung der Zustandsvariable S_t entspricht:

$$f[\varepsilon_t | S_t = j, \psi_{t-1}] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_j} \exp\left(-\left(\frac{\varepsilon_t - \mu_j}{\sqrt{2}\sigma_j}\right)^2\right)$$

- Die Erwartungswerte μ_j und Standardabweichungen σ_j der Preisregimes werden als konstant angesehen.

Switching-Regime-Prozess

- Durch Berücksichtigung zeitvarianter Eintrittswahrscheinlichkeiten $P[S_t = j|\psi_{t-1}]$ für die Preisregimes j einer Mixture-Verteilung kann eine weitere Modellerweiterung erfolgen.

$$f[\varepsilon_t|\psi_{t-1}] = \sum_{j=1}^m (P[S_t = j|\psi_{t-1}] \cdot f[\varepsilon_t|S_t = j, \psi_{t-1}])$$

- Die Zustandsvariable S_t wird durch einen Markov-Prozess mit m Regimes und zeitinvarianten Wahrscheinlichkeiten für den Übergang zwischen den Regimes beschrieben.
- Da der Zustand des Systems nicht beobachtet werden kann, ist für die Zuordnung in ein Preisregime ein iteratives Verfahren notwendig.
- Im Unterschied zum Gaussian-Mixture-Prozess ist die Standardabweichung der konditionalen Verteilung zeitvariant.

Untersuchungszeiträume

Tabelle: Standardabweichung in [€/MWh] der Untersuchungszeiträume

	Zeitraum I		Zeitraum II	
Spotmarkt	Schätzung 16.6.02-12.7.03	Prognose 16.6.03-13.7.03	Schätzung 26.1.03-21.2.04	Prognose 26.1.04-22.2.04
EEX	29.6	11.2	19.8	4.9
Powernext	15.9	16.7	39.7	4.0
Nord Pool	18.6	2.8	6.9	0.9
OMEL	14.9	13.2	13.1	4.4

Im Rahmen einer rollierenden Prognose werden zwei unterschiedlich stark volatile Zeiträume vergleichend untersucht.

Modellidentifikation

- Die zu untersuchenden Preiszeitreihen sind trendstabil bzw. stationär und weisen Mean-reversion auf.
- Neben der beschriebenen Fat-tails ist an den Märkten eine ausgeprägte Heteroskedastizität zu beobachten.
- Unter Berücksichtigung der Autokorrelationsfunktionen der stündlichen logarithmischen Preisprozesse wird an allen Märkten ein ARMA(1,1)-Ansatz als Basismodell verwendet.
- Zur Abbildung einer zeitvarianten Varianz (Heteroskedastizität) wird das Basismodell mit einem GARCH(1,1)-Ansatz erweitert.
- Zur Abbildung von Fat-tails (Leptokurtosis) wird das Basismodell mit einer aus zwei Normalverteilungen gebildeten Mixture-Verteilung und einem Switching-Regime-Prozess erweitert.

Modellcharakteristika I

Tabelle: Geschätzte Parameter am Spotmarkt der EEX, Zeitraum II, Stunde 12

Parameter	ARMA	+ GARCH	+ Mixture	+ Switching
α_1 (ARMA)	0.820	0.782	0.701	0.604
β_1 (ARMA)	-0.120	-0.125	-0.130	-0.083
λ_1	1.000	1.000	0.244	–
λ_2	–	–	0.756	–
μ_1	0.711	0.833	1.406	1.771
μ_2	–	–	1.109	1.481
σ_1	0.289	–	0.476	0.446
σ_2	–	–	0.143	0.141
ω	–	0.074	–	–
α_1 (GARCH)	–	0.389	–	–
β_1 (GARCH)	–	0.576	–	–
ρ_1	–	–	–	0.919
ρ_2	–	–	–	0.969
MAPE (%)	19.22	17.96	18.96	18.88
LLF	-41.72	16.73	2.39	22.02

Modellcharakteristika II

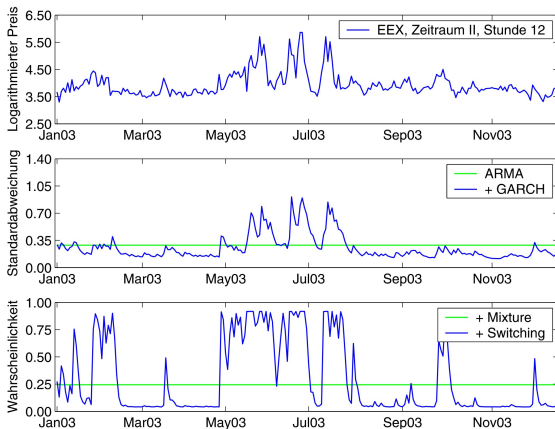


Abbildung: Logarithmierter Preis (oben), Standardabweichung (mittig) und Wahrscheinlichkeit des volatilen Preisregimes (unten)

Punktprognose

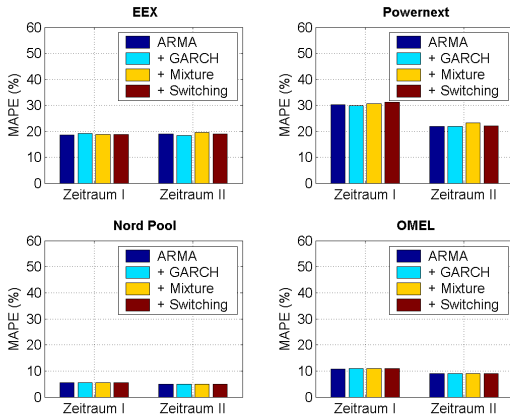


Abbildung: Güte bestimmt über den mittleren prozentualen Fehler (MAPE)

Verteilungsdichteprognose

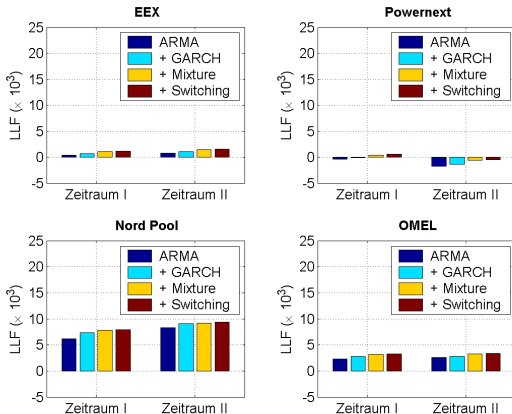


Abbildung: Güte bestimmt über die Log-Likelihood-Funktion (LLF)

Zusammenfassung und Ausblick

- Insbesondere an Märkten mit erheblicher Preisdynamik und großen Schwankungsbreiten (hier EEX und Powernext) können Heteroskedastizität und Leptokurtosis identifiziert werden.
- Um diese Effekte adäquat abbilden zu können, wurde der klassische ökonometrische ARMA-Ansatz substantiell erweitert.
- Bei der Prognosegüte ist mit den erweiterten ökonometrischen Ansätzen keine eindeutige Tendenz erkennbar, die Änderungen gegenüber dem klassischen ökonometrischen Ansatz sind gering.
- Mit den erweiterten Ansätzen kann aber an allen Märkten eine signifikant gestiegene Qualität der Abbildung der den Preisprozessen zugrunde liegenden konditionalen Verteilungen erhalten werden.
- Diese Ergebnisse sind vor allem im Bereich der Unterstützung von Handelsentscheidung und des Risikomanagements von Bedeutung.

Literaturhinweise

-  Cartea, A., Figueroa, M.G. Pricing in Electricity Markets: A Mean Reverting Jump Diffusion Model with Seasonality. *Applied Mathematical Finance*. 12(4): 313-335, 2005.
-  Garcia, R.C., Contreras, J., van Akkeren, M., Garcia, J.B.C. A GARCH Forecasting Model to Predict Day-Ahead Electricity Prices. *IEEE Transactions on Power Systems*. 20(2): 867-874, 2005.
-  Lucia, J.J., Schwartz, E.S. Electricity Prices and Power Derivatives: Evidence from the Nordic Power Exchange. *Review of Derivatives Research*. 5(1): 5-50, 2002.
-  Nogales, F.J., Contreras, J., Conejo, A.J., Espinola, R. Forecasting Next-Day Electricity Prices by Time Series Models. *IEEE Transactions on Power Systems*. 17(2): 342-348, 2002.
-  Swider, D.J. Erweiterte ARMA-Ansätze zur Prognose von Spotmarktpreisen in Europa. *Zeitschrift für Energiewirtschaft*. 30(1): 31-42, 2006.